

Mathématiques

INTRODUCTION GÉNÉRALE POUR LE COLLÈGE

1. Finalités et objectifs

À l'école primaire, une proportion importante d'élèves s'intéresse à la pratique des mathématiques et y trouve du plaisir. Le maintien de cet intérêt pour les mathématiques doit être une préoccupation du collège. Il est en effet possible de se livrer, à partir d'un nombre limité de connaissances, à une activité mathématique véritable, avec son lot de questions ouvertes, de recherches pleines de surprises, de conclusions dont on parvient à se convaincre. Une telle activité, accessible aux élèves, a une valeur formatrice évidente et leur permet d'acquérir les savoirs et savoir-faire qui leur seront nécessaires.

1.1. Les mathématiques comme discipline de formation générale

Au collège, les mathématiques contribuent, avec d'autres disciplines, à entraîner les élèves à la pratique d'une démarche scientifique. L'objectif est de développer conjointement et progressivement les capacités d'expérimentation et de raisonnement, d'imagination et d'analyse critique. Elles contribuent ainsi à la formation du futur citoyen.

À travers la résolution de problèmes, la modélisation de quelques situations et l'apprentissage progressif de la démonstration, les élèves prennent conscience petit à petit de ce qu'est une véritable activité mathématique : identifier et formuler un problème, conjecturer un résultat en expérimentant sur des exemples, bâtir une argumentation, contrôler les résultats obtenus en évaluant leur pertinence en fonction du problème étudié, communiquer une recherche, mettre en forme une solution.

1.2. L'outil mathématique

Les méthodes mathématiques s'appliquent à la résolution de problèmes courants. Cependant, les mathématiques ont leur autonomie propre et l'efficacité des concepts qu'elles étudient, due à leur universalité, leur permet d'intervenir dans des domaines aussi divers que la physique-chimie, les sciences de la vie et de la Terre, la technologie, la géographie... Certaines de ces disciplines entretiennent des liens très étroits avec la discipline mathématique qui leur apporte l'efficacité de ses outils et, en retour, nourrit sa réflexion des problèmes qu'elles lui soumettent.

L'enseignement tend à la fois à développer la prise de conscience de cette autonomie par les élèves et à montrer que l'éventail des utilisations est très largement ouvert. Au collège, est visée la maîtrise de techniques mathématiques élémentaires de traitement (organisation de données, représentations, mises en équation) et de résolution (calculs et équations bien sûr, mais aussi constructions). Leur emploi dans la prévision et l'aide à la décision est précieux dans de multiples circonstances, de la gestion familiale à l'activité scientifique ou professionnelle.

1.3. Les mathématiques comme discipline d'expression

Les mathématiques participent à l'enrichissement de l'emploi de la langue par les élèves, en particulier par la pratique de l'argumentation. Avec d'autres disciplines, les mathématiques ont également en charge l'apprentissage de différentes formes d'expression autres que la langue usuelle (nombres, symboles, figures, tableaux, schémas, graphiques) ; elles participent ainsi à la construction de nouveaux langages. L'usage largement répandu des moyens actuels de traitement de l'information et de communication exige une bonne maîtrise de ces formes variées d'expression.

2. Organisation des contenus

Les quatre parties des programmes des classes du collège s'organisent autour des objectifs suivants :

■ organisation et gestion de données, fonctions :

- maîtriser différents traitements en rapport avec la proportionnalité ;
- approcher la notion de fonction (exemples des fonctions linéaires et affines) ;
- s'initier à la lecture, à l'utilisation et à la production de représentations, de graphiques et à l'utilisation d'un tableur ;
- acquérir quelques notions fondamentales de statistique descriptive.

■ nombres et calcul :

- acquérir différentes manières d'écrire des nombres (écriture décimale, écriture fractionnaire, radicaux) et les traitements correspondants ;
- se représenter la droite graduée complète, avec son zéro séparant les valeurs positives et négatives et apprendre à y localiser les nombres rencontrés ;
- poursuivre l'apprentissage du calcul sous toutes ses formes : mental, posé, instrumenté ;
- assimiler progressivement le langage algébrique et son emploi pour résoudre des problèmes (en particulier distinguer égalité, identité et équation).

■ géométrie :

- passer de l'identification perceptive (reconnaissance par la vue) de figures et de configurations à leur caractérisation par des propriétés (passage du dessin à la figure) ;
- isoler dans une configuration les éléments à prendre en compte pour répondre à une question ;
- être familiarisé avec des représentations de l'espace, notamment avec l'utilisation de conventions usuelles pour les traitements permis par ces représentations ;
- découvrir quelques transformations géométriques simples : symétries, translations, rotations ;
- se constituer un premier répertoire de théorèmes et apprendre à les utiliser.

■ grandeurs et mesure

- se familiariser avec l'usage des grandeurs les plus courantes (longueurs, angles, aires, volumes, durées) ;
- connaître et utiliser les périmètres, aires et volumes des figures planes et des solides étudiés ;
- calculer avec les unités relatives aux grandeurs étudiées et avec les unités de quelques grandeurs quotients et grandeurs produits.

Ces programmes sont construits de manière à permettre une acquisition et un approfondissement progressifs des notions sur toute la durée du collège. Leur mise en œuvre est enrichie par l'emploi des instruments actuels de calcul, de dessin et de traitement (calculatrices, ordinateurs).

3. Organisation des apprentissages et de l'enseignement

Les enseignants ont le libre choix de l'organisation de leur enseignement, dans le respect des programmes. Il importe cependant d'éviter l'émiettement et de faciliter la bonne structuration des savoirs et des méthodes, en particulier en vue d'une initiation progressive au raisonnement déductif.

3.1. Une place centrale pour la résolution de problèmes

La compréhension et l'appropriation des connaissances mathématiques reposent sur l'activité de chaque élève qui doit donc être privilégiée. Pour cela, et lorsque c'est possible, sont choisies des situations créant un problème dont la solution fait intervenir des « outils », c'est-à-dire des techniques ou des notions déjà acquises, afin d'aboutir à la découverte ou à l'assimilation de notions nouvelles. Lorsque celles-ci sont bien maîtrisées, elles fournissent à leur tour de nouveaux « outils », qui permettent un cheminement vers une connaissance meilleure ou différente. Ainsi, les connaissances peuvent prendre du sens pour l'élève à partir des questions qu'il se pose et des problèmes qu'il résout. Les situations choisies doivent :

- prendre en compte les objectifs visés et une analyse préalable des savoirs en jeu, ainsi que les acquis et les conceptions initiales des élèves ;
- permettre un démarrage possible pour tous les élèves, donc ne reposer que sur des consignes simples et n'exiger, au départ, que des connaissances solidement acquises par tous ;
- créer rapidement un problème assez riche pour provoquer des conjectures ;
- rendre possible la mise en jeu, puis la formulation des notions ou des procédures dont l'apprentissage est visé ;
- fournir aux élèves, aussi souvent que possible, des occasions de contrôle de leurs résultats, tout en favorisant un nouvel enrichissement ; on y parvient, par exemple, en prévoyant divers cheminements qui permettent de fructueuses comparaisons.

Si la résolution de problèmes permet de déboucher sur l'établissement de connaissances nouvelles, elle est également un moyen privilégié d'en élargir le sens et d'en assurer la maîtrise. Pour cela, les situations plus ouvertes, dans lesquelles les élèves doivent solliciter en autonomie les connaissances acquises, jouent un rôle important. Leur traitement nécessite initiative et imagination et peut être réalisé en faisant appel à différentes stratégies qui doivent être explicitées et confrontées, sans nécessairement que soit privilégiée l'une d'entre elles.

3.2. Une prise en compte des connaissances antérieures des élèves

L'enseignement prend en compte les connaissances antérieures des élèves : mise en valeur des points forts et repérage des difficultés de chaque élève à partir d'évaluations diagnostiques. Ainsi l'enseignement peut-il être organisé au plus près des besoins des élèves, en tenant compte du fait que tout apprentissage s'inscrit nécessairement dans la durée et s'appuie sur les échanges qui peuvent s'instaurer dans la classe.

Il convient de faire fonctionner les notions et « outils » mathématiques étudiés au cours des années précédentes dans de nouvelles situations, autrement qu'en reprise ayant un caractère de révision. En sixième, particulièrement, les élèves doivent avoir conscience que leurs connaissances évoluent par rapport à celles acquises à l'école primaire.

3.3. L'importance des mises en cohérence

Pour être efficaces, les connaissances doivent être identifiées, nommées et progressivement détachées de leur contexte d'apprentissage.

D'une part, toute activité (qui peut s'étendre sur plusieurs séances) doit être complétée par une synthèse, qui non seulement porte sur les quelques notions, définitions, résultats, théorèmes et outils de base mis en évidence, que les élèves doivent connaître et peuvent désormais utiliser, mais qui est aussi l'occasion de dégager les méthodes de résolution de problèmes qui les mettent en oeuvre. Il convient, en effet, de préciser à chaque étape de l'apprentissage quelles connaissances sont désormais en place et donc directement utilisables.

D'autre part, il est nécessaire de mettre en oeuvre des situations d'étude dont le but est de coordonner des acquisitions diverses. Dans cette optique, l'enseignant réalise, avec les élèves, des synthèses plus globales, à l'issue d'une période d'étude et propose des problèmes

dont la résolution nécessite l'utilisation de plusieurs connaissances. Le traitement de ces problèmes permet de souligner le sens, l'intérêt, la portée des connaissances mathématiques, que ce soit dans d'autres disciplines ou dans la vie quotidienne (pourcentages, échelles, représentations graphiques...). Certains problèmes peuvent prendre appui sur des éléments empruntés à l'histoire des mathématiques. Les moyens modernes de communication (informatique, banques de données, audiovisuel...) sont également utilisés chaque fois que leur usage est justifié.

3.4. Une initiation progressive à la démonstration

La question de la preuve occupe une place centrale en mathématiques. La pratique de l'argumentation pour convaincre autrui de la validité d'une réponse, d'une solution ou d'une proposition ou pour comprendre un « phénomène » mathématique a commencé dès l'école primaire et se poursuit au collège pour faire accéder l'élève à cette forme particulière de preuve qu'est la démonstration. Si, pour cet objectif, le domaine géométrique occupe une place particulière, la préoccupation de prouver et de démontrer ne doit pas s'y cantonner. Le travail sur les nombres, sur le calcul numérique, puis sur le calcul littéral offre également des occasions de démontrer.

A cet égard, deux étapes doivent être distinguées : la recherche et la production d'une preuve, d'une part, la mise en forme de cette preuve, d'autre part. Le rôle essentiel de la première étape (production d'une preuve) ne doit pas être occulté par des exigences trop importantes sur la deuxième (mise en forme de la preuve). Pour cela, la responsabilité de produire les éléments d'une démonstration doit être progressivement confiée aux élèves. A partir des éléments qu'ils fournissent, la mise en forme peut, elle, être réalisée collectivement, avec l'aide de l'enseignant.

La prise de conscience de ce qu'est la recherche et la mise en oeuvre d'une démonstration est également facilitée par le fait que, en certaines occasions, l'enseignant se livre à ce travail devant la classe, avec la participation des élèves.

Cette initiation à la démonstration doit en particulier permettre aux élèves de distinguer une propriété conjecturée et vérifiée sur des exemples d'une propriété démontrée. En particulier, l'enseignant doit préciser explicitement qu'un résultat mathématique qui n'est pas démontré est admis.

3.5. Mathématiques et langages

En mathématiques, les élèves sont conduits à utiliser la langue ordinaire en même temps qu'un langage spécialisé.

Dans le prolongement de l'école primaire, la place accordée à l'**oral** reste importante. En particulier, les compétences nécessaires pour la validation et la preuve (articuler et formuler les différentes étapes d'un raisonnement, communiquer, argumenter à propos de la validité d'une solution) sont d'abord travaillées oralement en s'appuyant sur les échanges qui s'instaurent dans la classe ou dans un groupe, avant d'être sollicitées par écrit individuellement. Par ailleurs, certaines formulations orales peuvent constituer une aide à la compréhension.

Par exemple il est plus facile, pour un élève, de concevoir que $\frac{2}{3}$

plus $\frac{5}{3}$ égale $\frac{7}{3}$ en verbalisant sous la forme « deux tiers plus cinq

tiers est égal à sept tiers » plutôt qu'en oralisant l'écriture symbolique « 2 sur 3 plus 5 sur 3 égale 7 sur 3 ».

Dans le domaine de l'**écrit**, l'objectif est d'entraîner les élèves à mieux lire et mieux comprendre un **texte mathématique**, et aussi à produire des textes dont la qualité est destinée à être l'objet d'une amélioration progressive.

Un moyen efficace pour faire admettre la nécessité d'un **langage précis**, en évitant que cette exigence soit ressentie comme arbitraire par les élèves, est le passage du « faire » au « faire faire ». C'est, lorsque l'élève écrit des instructions pour l'exécution par autrui (par exemple, décrire, pour la faire reproduire, une figure un peu complexe) ou lorsqu'il utilise un ordinateur pour un traitement voulu, que l'obligation de précision lui apparaît comme une

nécessité. C'est également le cas lorsque, dans un débat argumentatif, il doit se faire comprendre des autres élèves.

Le **vocabulaire et les notations** ne doivent pas être fixés d'emblée, mais introduits au cours du traitement d'une question, en fonction de leur utilité : ils sont à considérer comme des conquêtes de l'enseignement et non comme des points de départ. Il convient, en particulier, d'être attentif au langage et aux significations diverses d'un même mot.

Les travaux mathématiques sont l'occasion de familiariser les élèves avec l'emploi d'un nombre limité de **notations courantes** qui n'ont pas à faire l'objet d'exercices systématiques (le langage doit rester au service de la pensée et de son expression) :

- dans le domaine numérique : les symboles d'égalité et d'inégalité, les symboles d'opérations (dont les notations puissance et racine carrée au cycle central) et le symbole de pourcentage ;
- dans le domaine géométrique : le symbole d'appartenance, la longueur AB d'un segment d'extrémités A et B, l'angle \widehat{AOB} , le segment [AB], la droite (AB), et la demi-droite [AB], puis les notations trigonométriques.

3.6. Différents types d'écrits

Les élèves sont fréquemment placés en situation de production d'écrits. Il convient à cet égard de développer et de bien distinguer trois types d'écrits dont les fonctions sont différentes :

- **les écrits de type "recherche"** (brouillon) qui correspondent au travail "privé" de l'élève : ils ne sont pas destinés à être communiqués, ils peuvent comporter des dessins, des schémas, des figures, des calculs. Ils sont un support pour essayer, se rendre compte d'une erreur, reprendre, rectifier, pour organiser sa recherche. Ils peuvent également être utilisés comme mémoire transitoire en cours de résolution du problème. Si l'enseignant est amené à les consulter pour étudier le cheminement de l'élève, il ne doit ni les critiquer, ni les corriger.

- **les écrits destinés à être communiqués et discutés** : ils peuvent prendre des formes diverses (affiche, transparent,...) et doivent faire l'objet d'un souci de présentation, de lisibilité, d'explicitation, tout en sachant que, le plus souvent, ils donneront lieu à un échange entre élèves au cours duquel des explications complémentaires seront apportées.

- **les écrits de référence**, élaborés en vue de constituer une mémoire du travail de l'élève ou de la classe, et donc destinés à être conservés.

3.7. Le travail personnel des élèves

En étude ou à la maison, ce type de travail est nécessaire non seulement pour affermir les connaissances de base et les réinvestir dans des exemples simples mais aussi pour en élargir le champ de fonctionnement et susciter ainsi de l'intérêt pour l'activité mathématique. Il contribue aussi à habituer l'élève à l'indispensable régularité d'un travail autonome, complémentaire de celui réalisé avec le professeur.

Il peut prendre diverses formes :

- résolution d'exercices d'entraînement, combinée avec l'étude de la leçon pour asseoir les connaissances ;
- travaux individuels de rédaction pour développer les capacités d'expression écrite et la maîtrise de la langue ;
- résolution de problèmes variés (exercices de synthèse, énigmes, jeux mathématiques...) pour mettre en œuvre des démarches heuristiques en temps non limité ;
- construction d'objets géométriques divers (frises, pavages, solides,...) en utilisant ou non l'informatique ;
- lectures ou recherches documentaires, en particulier sur l'histoire de la discipline ou plus généralement des sciences pour enrichir les connaissances ;
- constitution de dossiers sur un thème donné.

La correction individuelle du travail d'un élève est une façon d'en apprécier la qualité et de permettre à son auteur de l'améliorer, donc de progresser.

Le travail personnel proposé **en classe** aux élèves peut prendre chacune des formes décrites ci-dessus, en tenant compte, chaque fois, de la durée impartie. Il faut veiller à un bon équilibre entre ces diverses activités.

Ces travaux peuvent être différenciés en fonction du profil et des besoins des élèves

3.8. L'évaluation

L'évaluation (qui ne se réduit pas au contrôle noté) n'est pas un à-côté des apprentissages. Elle doit y être intégrée et en être l'instrument de régulation, pour l'enseignant et pour l'élève. Elle permet d'établir un constat relatif aux acquis de l'élève, à ses difficultés. Dans cette optique, le travail sur les erreurs constitue souvent un moyen efficace de l'action pédagogique. L'évaluation ne doit pas se limiter à indiquer où en est l'élève ; elle doit aussi rendre compte de l'évolution de ses connaissances, en particulier de ses progrès.

L'évaluation de la maîtrise d'une compétence par les élèves ne peut pas se limiter à la seule vérification de son fonctionnement dans des exercices techniques. Il faut aussi s'assurer que les élèves sont capables de la mobiliser d'eux-mêmes, en même temps que d'autres compétences, dans des situations où leur usage n'est pas explicitement sollicité dans la question posée.

L'évaluation sommative, en mathématiques, est réalisée sous trois formes complémentaires :

- des interrogations écrites courtes dont le but est de vérifier qu'une notion ou une méthode sont correctement assimilées ;
- des devoirs de contrôle courts et peu nombreux qui permettent de vérifier, de façon plus synthétique, la capacité des élèves à utiliser leurs acquis, à la suite d'une phase d'apprentissage ;
- certains devoirs de contrôle peuvent être remplacés par un bilan trimestriel qui est l'occasion de faire le point sur les acquis des élèves relatifs à une longue période d'étude.

3.9. Compétences et activités de formation

Le programme décrit, pour chaque contenu, les compétences élaborées dans chacune des classes du collège. Les commentaires qui les accompagnent apportent un éclairage supplémentaire sur les conditions de leur apprentissage.

La définition de ces compétences vise donc à clarifier les attentes, à préciser les priorités et à fournir des repères dans le but d'aider les enseignants dans leur travail de programmation et dans la mise au point des évaluations qui permettent d'en baliser la réalisation.

Il importe de bien garder à l'esprit que **la liste des compétences, si elle fixe les objectifs à atteindre, ne détermine pas pour autant les moyens pédagogiques à utiliser pour cela.**

L'ordre d'exposé des compétences, pour chaque domaine, ne correspond pas nécessairement à celui de leur apprentissage. D'autant plus que, dans la plupart des cas, ces compétences ne s'acquièrent ni isolément les unes des autres, ni en une seule fois.

Pour prendre sens pour les élèves, les notions mathématiques et les compétences qui leur sont liées doivent être mises en évidence et travaillées dans **des situations riches**, à partir de problèmes à résoudre, avant d'être entraînées pour elles-mêmes.

Il faut également prendre en compte le fait que **tout apprentissage se réalise dans la durée, dans des activités variées** et que **toute acquisition nouvelle doit être reprise, consolidée et enrichie**. Dans cette perspective, la répétition d'exercices vides de sens pour l'élève à un moment donné n'est pas la meilleure stratégie pour favoriser la maîtrise d'une compétence. Il convient d'envisager que c'est parfois dans le cadre d'un travail ultérieur, en travaillant sur d'autres aspects de la notion en jeu ou sur d'autres concepts, qu'une compétence non maîtrisée à un certain moment pourra être consolidée.

Mathématiques

CLASSE DE SIXIÈME

Les grands équilibres et le niveau général d'exigence du programme du 22 novembre 1995 sont conservés. Les modifications apportées visent à insister davantage sur la continuité des apprentissages (école élémentaire - collège), à mieux structurer les contenus enseignés et à expliciter plus clairement les points forts et la démarche, notamment dans le domaine numérique.

Ce programme tient compte du programme de l'école élémentaire publié au BO hors série n°1 du 14 février 2002 et des informations recueillies à l'occasion de diverses évaluations concernant les acquis mathématiques des élèves à l'école élémentaire et en classe de sixième. Le document d'accompagnement « Mathématiques : articulation école-collège » qui a pour but de préciser les aspects les plus significatifs de cette articulation dans le cadre de l'enseignement des mathématiques apporte des compléments utiles à la lecture de ce programme. Il en est de même du document d'application associé au programme de cycle 3 auquel il est fait référence dans la colonne « contenus ».

Le nombre de compétences affichées est plus important que dans le programme précédent. Cela ne correspond pas à un alourdissement du programme, mais à la volonté de mieux préciser les compétences attendues des élèves à la fin de la classe de sixième et de les situer plus clairement par rapport aux apprentissages de l'école élémentaire, et donc d'aider les professeurs dans l'organisation de leur enseignement.

L'enseignement des mathématiques en classe de sixième a une triple visée :

- consolider, enrichir et structurer les acquis de l'école primaire ;
- préparer à l'acquisition des méthodes et des modes de pensée caractéristiques des mathématiques (résolution de problèmes, raisonnement) ;
- développer la capacité à utiliser les outils mathématiques dans différents domaines (vie courante, autres disciplines).

Pour cela, la démarche d'apprentissage vise à bâtir les connaissances mathématiques à partir de problèmes rencontrés dans d'autres disciplines ou issus des mathématiques elles-mêmes. En retour, les savoirs mathématiques doivent être utilisables dans des spécialités diverses, ce qui contribue à faire prendre conscience de la cohérence des savoirs et de leur intérêt mutuel et favorise la prise en compte par les élèves à la fois du caractère d'« outil » des mathématiques et de leur développement comme science autonome.

Cette démarche renforce également la formation intellectuelle de l'élève, développe ses capacités de travail personnel (individuellement et en équipes) et concourt à la formation du citoyen. Elle vise notamment à :

- développer les capacités de raisonnement : observation, analyse, pensée déductive ;
- stimuler l'aptitude à chercher qui nécessite imagination et intuition ;
- habituer l'élève à justifier ses affirmations, à argumenter à propos de la validité d'une solution, et pour cela à s'exprimer clairement aussi bien à l'écrit qu'à l'oral ;

- affermir les qualités d'ordre et de soin.

Le programme établit une distinction claire entre :

- les activités de formation qui doivent être aussi riches et diversifiées que possible ;
- les compétences que les élèves doivent maîtriser.

Le programme de la classe de sixième a pour objectifs principaux :

- dans la partie « **organisation et gestion de données, fonctions** » :
 - de mettre en place les principaux raisonnements qui permettent de traiter les situations de proportionnalité ;
 - d'initier les élèves à la présentation de données sous diverses formes (tableaux, graphiques...)

■ dans la partie « **nombres et calculs** » :

- de développer le calcul mental et l'utilisation rationnelle des calculatrices ;
- de conforter et étendre leur connaissance des nombres décimaux : désignations, ordre, calcul (en particulier pour ce qui concerne la multiplication et la division) ;
- de mettre en place une nouvelle signification de l'écriture fractionnaire, comme quotient de deux entiers.

■ dans la partie « **géométrie** » :

- de compléter la connaissance des propriétés de certaines figures planes (triangles, rectangle, losange, cerf-volant, carré, cercle) et du parallépipède rectangle ;
- de reconnaître les figures planes mentionnées ci-dessus dans une configuration complexe ;
- d'utiliser des propriétés de la symétrie axiale, reliées aux notions de médiatrice d'un segment et de bissectrice d'un angle ;
- de maîtriser l'usage de techniques de construction et l'utilisation des instruments adaptés.

■ dans la partie « **grandeurs et mesure** » :

- de compléter les connaissances relatives aux longueurs, aux masses et aux durées ;
- de consolider la notion d'angle, à partir des premières expériences de l'école primaire ;
- d'assurer la maîtrise de la notion d'aire (distinguée de celle de périmètre) et celle du système d'unités de mesure des aires ;
- de mettre en place la notion de volume et commencer l'étude du système d'unités de mesure des volumes.

Le vocabulaire et les notations nouvelles (\approx , $\%$, \in , $[AB]$, (AB) ,

\widehat{AB} , \widehat{AOB}) sont introduits au fur et à mesure de leur utilité, et non au départ d'un apprentissage.

Les exemples d'activité incluant les technologies nouvelles d'information et de communication ont été renforcés dans la présentation du programme afin de mieux prendre en compte les compétences à développer dans le cadre du niveau 2 du Brevet informatique et internet. La mention $[B2i]$ signale dans le programme les points particulièrement propices au développement de ces compétences.

1. Organisation et gestion de données. Fonctions

La résolution de problèmes de proportionnalité est déjà travaillée à l'école primaire. Elle se poursuit en classe de sixième, avec des outils nouveaux. La capacité à distinguer les problèmes qui relèvent de la proportionnalité de ceux qui n'en relèvent pas et à mettre en œuvre les raisonnements qui en permettent la résolution constitue un objectif essentiel, d'autant plus que ces raisonnements sont utilisés dans de nombreuses disciplines. Dans le strict cadre de l'enseignement des mathématiques, la proportionnalité fait l'objet d'un apprentissage continu et progressif sur les quatre années du

collège et permet de comprendre et de traiter de nombreuses notions du programme.

À l'école primaire, les élèves ont été mis en situation de prendre de l'information à partir de tableaux, de diagrammes ou de graphiques. Ce travail se poursuit au collège, notamment avec l'objectif de rendre les élèves capables de faire une interprétation critique de l'information apportée par ces types de présentation des données, aux natures très diverses, en liaison avec d'autres disciplines (histoire-géographie, SVT, technologie...).

Contenus	Compétences	Exemples d'activités, commentaires
1.1. Proportionnalité <i>[Programme cycle 3 ; document d'application, p.16 et 17]</i>	<ul style="list-style-type: none"> - Traiter les problèmes « de proportionnalité », en utilisant des raisonnements appropriés, en particulier : <ul style="list-style-type: none"> - passage par l'image de l'unité ; - utilisation d'un rapport de linéarité, exprimé, si nécessaire, sous forme de quotient ; - utilisation du coefficient de proportionnalité, exprimé, si nécessaire, sous forme de quotient. - Reconnaître les situations qui relèvent de la proportionnalité et celles qui n'en relèvent pas. <p><i>[SVT]</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Appliquer un taux de pourcentage <p><i>[SVT]</i></p>	<p>Les problèmes à proposer (qui relèvent aussi bien de la proportionnalité que de la non proportionnalité) se situent dans le cadre des grandeurs (quantités, mesures). L'étude de la proportionnalité dans le cadre purement numérique relève du programme de la classe de cinquième.</p> <p>Les situations de proportionnalité se caractérisent par le fait que des raisonnements du type « ... fois plus... » peuvent être mobilisés. Pour chaque situation, l'élève doit être en mesure de mobiliser l'une ou l'autre des trois compétences citées. Les raisonnements correspondants s'appuient :</p> <ul style="list-style-type: none"> - soit sur la propriété de linéarité relative à la multiplication (homogénéité) qui correspond, par exemple, au fait que « 3 fois plus d'objets coûtent 3 fois plus cher », - soit sur la mise en évidence du coefficient de proportionnalité : par exemple, sur un plan, une distance sur le terrain est traduite par une distance « deux cents fois plus petite »). <p>La propriété additive de la linéarité est également utilisée.</p> <p>Ces différentes propriétés n'ont pas à être formalisées.</p> <p>Les rapports utilisés sont, soit des rapports entiers ou décimaux simples (2,5 par exemple, qui peut être exprimé par « 2 fois et demie »), soit des rapports exprimés sous forme de quotient : le prix de 7 m de tissu est $\frac{7}{3}$ fois le prix de 3 m de tissu.</p> <p>La notion de pourcentage a été présentée au cycle 3, mais aucune procédure experte n'a été étudiée. Il s'agit en classe de sixième de mettre en évidence et de justifier, par exemple, que prendre « 17 pour cent d'un nombre » revient à multiplier ce nombre par $\frac{17}{100}$, en relation avec le travail sur la notion de quotient. Mais, dans des cas simples, des solutions plus rapides sont possibles. Par exemple, pour prendre 17 % de 200, les élèves doivent remarquer qu'il suffit de multiplier 17 par 2.</p>
1.2. Organisation et représentation de données <i>[Programme cycle 3 ; document d'application, p.16 et 17]</i>	<ul style="list-style-type: none"> - Organiser des données en choisissant un mode de présentation adapté : <ul style="list-style-type: none"> - tableaux en deux ou plusieurs colonnes ; - tableaux à double entrée. <p><i>[SVT, histoire-géographie]</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Lire et compléter une graduation sur une demi-droite graduée, à l'aide d'entiers naturels, de décimaux ou de quotients (placement exact ou approché). <p><i>[SVT, histoire-géographie]</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Lire et interpréter des informations à partir d'une représentation graphique (diagrammes en bâtons, diagrammes circulaires ou demi-circulaires, graphiques cartésiens). <p><i>[SVT, histoire-géographie]</i></p>	<p>Les évaluations à l'entrée en classe de sixième montrent que, dans leur grande majorité, les élèves sont capables de lire les informations fournies par un tableau. Le travail doit donc être davantage centré sur la construction par les élèves de telles organisations : choix des entrées appropriées, présentation des données. Il s'agit d'un premier pas vers la capacité à recueillir des données et à les présenter sous forme de tableau. <i>[B2i]</i></p> <p>Ce travail, indispensable à la compréhension des représentations graphiques utilisant des axes gradués, présente un double intérêt.</p> <p>D'une part, il permet un travail sur la proportionnalité, à partir des relations entre les distances entre deux points et les différences entre les abscisses de ces points. D'autre part, il permet une meilleure compréhension de l'ordre sur les différents types de nombres envisagés.</p> <p>Il est en outre intimement lié aux questions relatives au placement approché des nombres et permet un travail sur les ordres de grandeur.</p> <p>Dans ce domaine également, un premier travail a été réalisé à l'école primaire. Les compétences visées vont de la simple lecture d'une information (qui revient, par exemple, sur un graphique, à la lecture des coordonnées) à la capacité à faire une interprétation globale et qualitative de la représentation étudiée (évolution d'une grandeur en fonction d'une autre). Certaines représentations peuvent être obtenues en utilisant un ordinateur. <i>[B2i]</i></p>

2. Nombres et calculs

Cette partie du programme s'appuie naturellement sur la résolution de problèmes. Outre leur intérêt propre, ces problèmes doivent permettre aux élèves, en continuité avec l'école élémentaire, d'associer à une situation concrète un travail numérique et de mieux saisir le sens des opérations figurant au programme. Les problèmes proposés sont issus de la vie courante, des autres disciplines ou des mathématiques, cette dernière source de problèmes ne devant pas être négligée.

Les travaux numériques prennent appui sur la pratique du calcul exact ou approché sous ses différentes formes, souvent utilisées en

interaction : calcul mental automatisé ou réfléchi, calcul posé ou instrumenté. A la suite de l'école primaire, le collège doit, en particulier, permettre aux élèves d'entretenir et de développer leurs compétences en calcul mental, ces compétences étant indispensables dans de nombreux domaines.

La notion de quotient occupe une place centrale en sixième, sous ses différentes significations : quotient euclidien, quotient décimal, quotient fractionnaire. Elle permet notamment d'élargir la portée des procédures utilisées à l'école élémentaire pour traiter des situations relevant de la proportionnalité.

Contenus	Compétences	Exemples d'activité, commentaires
2.1 Nombres entiers et décimaux Désignations <i>[Programme cycle 3 ; document d'application, p. 22 à 24]</i>	<ul style="list-style-type: none"> - Connaître et utiliser la valeur des chiffres en fonction de leur rang dans l'écriture d'un entier ou d'un décimal. - Associer diverses désignations d'un nombre décimal : écriture à virgule, fractions décimales. <i>[SVT]</i> 	<p>A partir de l'évaluation des connaissances des élèves, l'objectif est de consolider et d'enrichir les acquis de l'école élémentaire relatifs à la numération de position et à l'ordre sur les nombres entiers et décimaux.</p> <p>Les activités proposées doivent permettre une reprise de l'étude des nombres décimaux, sans refaire tout le travail réalisé à l'école élémentaire, l'objectif principal étant d'assurer une bonne compréhension de la valeur des chiffres en fonction du rang qu'ils occupent dans l'écriture à virgule.</p> <p>Pour cela, diverses mises en relation sont utilisées. Par exemple, 23,042 est mis en relation avec :</p> <ul style="list-style-type: none"> - $23 + \frac{4}{100} + \frac{2}{1000}$ - $\frac{23042}{1000}$ (la relation entre écriture à virgule et quotient de 23 042 par 1 000 est une nouveauté pour les élèves) - le fait que 23,042 est le nombre qui, multiplié par 1 000, donne 23 042 - des lectures significatives « 23 et 4 centièmes et 2 millièmes », « 23 et 42 millièmes » - le positionnement sur une demi-droite graduée : 23,042 peut être situé après 23, en avançant de 4 centièmes, puis de 2 millièmes - l'expression de mesures, une unité étant choisie : 23,042 m, c'est 23 mètres plus 4 centièmes de mètre (4 cm) et 2 millièmes de mètre (2 mm) ou 23 mètres plus 42 millièmes de mètre (42 mm), ce qui permet d'écrire : $23,042 \text{ m} = 23 \text{ m} + 4 \text{ cm} + 2 \text{ mm} = 23 \text{ m} + 42 \text{ mm}$.
Ordre	<ul style="list-style-type: none"> - Comparer deux nombres entiers ou décimaux, ranger une liste de nombres. - Encadrer un nombre, intercaler un nombre entre deux autres. - Placer un nombre sur une demi-droite graduée. - Lire l'abscisse d'un point ou en donner un encadrement. 	<p>Les erreurs relatives à l'ordre sur les décimaux proviennent le plus souvent d'une interprétation erronée des écritures à virgule. Les règles utilisées pour comparer, encadrer, intercaler des nombres doivent donc être justifiées en s'appuyant sur la signification des écritures décimales. Le placement sur une demi-droite graduée est pour cela un bon support d'activités.</p>
Valeur approchée décimale	<ul style="list-style-type: none"> - Donner la valeur approchée décimale (par excès ou par défaut) d'un décimal à l'unité, au dixième, au centième près. 	<p>Le travail sur la notion de valeur approchée décimale d'un nombre doit être mené dans des situations significatives : recherche de l'ordre de grandeur du résultat d'un calcul, interprétation du résultat donné par une calculatrice en fonction du contexte...</p> <p>Sans formalisation excessive, les notions d'arrondi et de troncature peuvent être distinguées, notamment en liaison avec l'usage des calculatrices.</p>

Contenus	Compétences	Exemples d'activité, commentaires
<p>Opérations : addition, soustraction et multiplication <i>[Programme cycle 3 ; document d'application, p. 25 à 29]</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> - Connaître les tables d'addition et de multiplication et les résultats qui en dérivent. - Multiplier un nombre par 10, 100, 1000 et par 0,1 ; 0,01 ; 0,001. <i>[SVT, histoire-géographie]</i> - Choisir les opérations qui conviennent au traitement de la situation étudiée. - Savoir effectuer ces opérations sous les diverses formes de calcul : mental, posé, instrumenté. - Connaître la signification du vocabulaire associé : somme, différence, produit, terme, facteur. - Etablir un ordre de grandeur d'une somme, d'une différence, d'un produit. <i>[SVT, histoire-géographie]</i> 	<p>La maîtrise des tables est consolidée par une pratique régulière du calcul mental sur des entiers et des décimaux simples.</p> <p>La multiplication par 10, 100, 1000 est déjà mise en place à l'école élémentaire. La multiplication par 0,1 ; 0,01 ; 0,001 est à mettre en place en sixième en liaison avec le sens de la multiplication par une fraction décimale : "prendre le dixième (le centième...) d'un nombre". La multiplication par ces puissances de dix peut être reliée à des problèmes d'échelles ou de changements d'unités.</p> <p>Le terme « puissance » et la notation a^b sont hors programme.</p> <p>Le calcul est au service des situations qu'il permet de traiter : le travail sur le « sens des opérations » est essentiel. Pour les problèmes à étapes, la solution peut être donnée à l'aide d'une suite de calculs ou à l'aide de calculs avec parenthèses.</p> <p>L'addition et la soustraction de nombres décimaux sont des acquis du cycle 3. Il en est de même de la multiplication d'un nombre décimal par un entier. La multiplication de deux décimaux est, en revanche, à mettre en place en sixième, aussi bien du point de vue du sens que du point de vue de la technique de calcul posé. Le sens de la multiplication de deux décimaux est en rupture avec celui de la multiplication de deux entiers notamment par le fait que, dans ce cas, "une multiplication" n'agrandit pas toujours.</p> <p>La maîtrise des différents moyens de calcul doit devenir suffisante pour ne pas faire obstacle à la résolution de problème, l'élève étant capable de faire le choix du moyen de calcul le plus approprié dans une situation donnée. Concernant le calcul posé, les nombres doivent rester de taille raisonnable et aucune virtuosité technique n'est recherchée. La capacité à calculer mentalement est une priorité et fait l'objet d'activités régulières.</p> <p>La maîtrise du calcul passe en particulier par la capacité à trouver dans des situations numériques simples rencontrées à propos de problèmes concrets :</p> <ul style="list-style-type: none"> - le nombre à ajouter à un nombre donné pour obtenir un résultat donné - le nombre à retrancher à un nombre donné pour obtenir un résultat donné - le nombre par lequel multiplier un nombre donné pour obtenir un résultat donné (cf. paragraphe 2.2 : Division, quotient). <p>La désignation de l'inconnue par une lettre n'est pas nécessaire dans ces activités.</p> <p>L'usage d'ordres de grandeur pour contrôler ou anticiper un résultat permet de sensibiliser les élèves à leur intérêt, en s'attachant à faire utiliser, parmi les réponses possibles, celles qui conviennent le mieux à la situation étudiée.</p>
<p>2.2 Division, quotient Division euclidienne <i>[Programme cycle 3 ; document d'application, p. 25 à 29]</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> - Reconnaître les situations qui peuvent être traitées à l'aide d'une division euclidienne et interpréter les résultats obtenus. - Calculer le quotient et le reste d'une division d'un entier par un entier dans des cas simples (calcul mental, posé, instrumenté). - Connaître et utiliser le vocabulaire associé (dividende, diviseur, quotient, reste). - Connaître et utiliser les critères de divisibilité par 2, 4, 5, 3 et 9. 	<p>L'attention des élèves doit être attirée sur la nécessité d'interpréter les deux résultats fournis (quotient et reste) dans le contexte du problème posé : quotient par défaut ou par excès, reste ou complément du reste au diviseur.</p> <p>Dans ce domaine également, le calcul mental (en particulier approché) constitue l'objectif prioritaire.</p> <p>La mise en place de techniques "expertes" est poursuivie, en se limitant à des diviseurs à un ou deux chiffres. La compréhension des étapes de la division posée en améliore la maîtrise. Dans cette optique, la pose des soustractions intermédiaires et de produits partiels ne doit pas être prohibée.</p> <p>Les élèves utilisent l'écriture de la relation $a=bq+r$ ($r < b$) pour contrôler le calcul, dans la continuité du travail entrepris à l'école primaire. La forme littérale de la relation est hors programme.</p> <p>La notion de multiple a été introduite à l'école primaire. Elle est rappelée, sur des exemples numériques, en même temps qu'est introduite celle de diviseur. Les différentes significations de ce dernier terme doivent être explicitées.</p> <p>A l'école primaire, les élèves ont appris à reconnaître les multiples de 2 et 5.</p>

Contenus	Compétences	Exemples d'activité, commentaires
<p>Écriture fractionnaire <i>[Programme cycle 3 ; document d'application, p. 21 et 22]</i></p> <p>Division décimale</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Interpréter $\frac{a}{b}$ comme quotient de l'entier a par l'entier b, c'est-à-dire comme le nombre qui multiplié par b donne a. - Placer le quotient de deux entiers sur une demi-droite graduée dans des cas simples. - Multiplier un nombre entier ou décimal par un quotient de deux entiers sans effectuer la division. - Reconnaître dans des cas simples que deux écritures fractionnaires différentes sont celles d'un même nombre. - Calculer une valeur approchée décimale du quotient de deux entiers ou d'un décimal par un entier, dans des cas simples (calcul mental, posé, instrumenté). - Diviser par 10, 100, 1000 <i>[SVT]</i> 	<p>A l'école élémentaire, l'écriture fractionnaire est introduite en référence au partage d'une « unité ».</p> <p>Les activités en sixième s'articulent autour de trois idées fondamentales :</p> <ul style="list-style-type: none"> - le quotient $\frac{a}{b}$ est un nombre (solution du problème évoqué au 2.1) ; - le produit de $\frac{a}{b}$ par b est égal à a ; - le nombre $\frac{a}{b}$ peut être approché par un décimal. <p>Par exemple, $\frac{7}{3}$ est un nombre que l'on pourra envisager comme</p> <ul style="list-style-type: none"> - 7 fois un tiers ; - le tiers de 7 ou le nombre qui multiplié par 3 est égal à 7 ; - un nombre dont une valeur approchée est 2,33. <p>La remarque est faite que tout nombre décimal peut s'écrire sous forme de quotient. Par exemple, $0,4 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$. En revanche, certains quotients ne sont pas des nombres décimaux : $\frac{7}{3} \neq 2,33$.</p> <p>Le vocabulaire relatif aux écritures fractionnaires est utilisé : numérateur, dénominateur.</p> <p>Il s'agit de "prendre une fraction" d'une quantité. L'utilisation de quotients, sous forme fractionnaire, permet de gérer plus facilement les raisonnements et de repousser la recherche d'une valeur approchée décimale à la fin de la résolution.</p> <p>Le vocabulaire commun, introduit à l'école primaire, est utilisé : double/moitié, triple/tiers, quadruple/quart. Les élèves doivent être entraînés à effectuer mentalement des calculs utilisant ces expressions, sur des nombres entiers ou décimaux simples.</p> <p>Le fait qu'un quotient ne change pas quand on multiplie son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul est mis en évidence et utilisé. La connaissance des tables de multiplication est notamment exploitée à cette occasion.</p> <p>La notation $\frac{a}{b}$ peut, à partir de là, être étendue au cas du quotient de deux décimaux et des égalités comme $\frac{5,24}{2,1} = \frac{524}{210}$ peuvent être utilisées, mais aucune compétence n'est exigible à ce sujet.</p> <p>A l'école élémentaire, les décimaux ont pu intervenir dans des problèmes de division au delà de la virgule (partage d'une longueur par exemple), mais aucune compétence technique n'a été mise en place.</p> <p>La division décimale permet d'obtenir soit la valeur décimale exacte (quand elle existe), soit une valeur décimale approchée du quotient.</p> <p>Ce qui est indiqué concernant l'extension de la notation $\frac{a}{b}$ au cas de deux décimaux permet d'aborder le calcul d'un quotient de deux décimaux, sans qu'aucune compétence ne soit exigible à ce sujet.</p> <p>Le lien est fait avec les multiplications par 0,1 ; 0,01...</p>

3. Géométrie

A l'école élémentaire, les élèves ont acquis une première expérience des figures et des solides les plus usuels, en passant d'une reconnaissance perceptive (reconnaissance des formes) à une connaissance plus analytique prenant appui sur quelques propriétés (alignement, perpendicularité, parallélisme, égalité de longueurs, milieu, axes de symétrie), vérifiées à l'aide d'instruments. Ils ont été entraînés au maniement de ces instruments (équerre, règle, compas, gabarit) sur des supports variés, pour construire des figures, en particulier pour le tracé de perpendiculaires et de parallèles à l'aide de la règle et de l'équerre.

Les travaux conduits en sixième prennent en compte les acquis antérieurs, évalués avec précision et obéissent à de nouveaux objectifs. Ils doivent viser d'une part à stabiliser les connaissances des élèves et d'autre part à les structurer, et peu à peu à les hiérarchiser. L'objectif d'initier à la déduction est aussi pris en compte. A cet effet, les activités qui permettent le développement des capacités à décortiquer et à construire des figures et des solides

simples, à partir de la reconnaissance des propriétés élémentaires, occupent une place centrale.

Les travaux géométriques sont conduits dans différents cadres : espace ordinaire (cour de récréation, par exemple), espace de la feuille de papier uni ou quadrillé, écran d'ordinateur. La résolution des mêmes problèmes dans ces environnements différents, et les interactions qu'elle suscite, contribuent à une approche plus efficace des concepts mis en oeuvre.

Les connaissances géométriques permettent de modéliser des situations (par exemple représenter un champ par un rectangle) et de résoudre ainsi des problèmes posés dans l'espace ordinaire. Les formes géométriques (figures planes, solides) se trouvent dans de nombreux domaines : architecture, œuvres d'art, éléments naturels, objets d'usage courant... Ces mises en relation permettent peu à peu de dégager le caractère universel des objets géométriques par rapport à leurs diverses réalisations naturelles ou artificielles.

Contenus	Compétences	Exemples d'activités, commentaires
<p>3.1. Figures planes, médiatrice, bissectrice <i>[Programme cycle 3 ; document d'application, p. 31 à 33]</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> - Utiliser différentes méthodes pour : <ul style="list-style-type: none"> - reporter une longueur ; - reproduire un angle ; - tracer, par un point donné, la perpendiculaire ou la parallèle à une droite donnée. 	<p>Ces compétences sont à développer en priorité sur papier uni, en utilisant les instruments usuels (règle, équerre et compas). Elles prennent leur sens lorsqu'elles sont mobilisées pour résoudre un problème : reproduire une figure, en compléter un agrandissement ou une réduction déjà amorcée, construire une figure d'après une de ses descriptions. Les méthodes doivent varier en fonction de l'espace dans lequel est posé le problème et des instruments laissés à la disposition des élèves :</p> <ul style="list-style-type: none"> - pour le report de longueurs : usage du compas, d'une bande de papier ou de la règle graduée ; - pour la reproduction d'un angle : usage d'un gabarit ou du rapporteur ; - pour le tracé d'une perpendiculaire : usage de la règle et de l'équerre, puis du compas et de la règle (après le travail sur la médiatrice d'un segment) ; - pour le tracé d'une parallèle : usage de la règle et de l'équerre. <p>Les exercices, sans problématique, dans lesquels ces compétences sont travaillées pour elles-mêmes, sont indispensables. Ils ne doivent en aucun cas se substituer aux situations plus riches dans lesquelles ces compétences prennent tout leur sens.</p> <p>Le rapporteur est, pour les élèves de 6^e, un nouvel instrument de mesure dont l'utilisation doit faire l'objet d'un apprentissage spécifique.</p> <p>A l'école primaire, les élèves ont utilisé le fait que l'écartement entre deux droites parallèles est constant. En sixième, deux droites parallèles sont définies comme deux droites non sécantes et caractérisées par le fait que si l'une est perpendiculaire à une troisième droite, l'autre l'est également. Deux droites perpendiculaires sont définies comme deux droites sécantes déterminant quatre angles égaux (qui sont des angles droits).</p>
Propriétés des quadrilatères usuels	<ul style="list-style-type: none"> - Connaître les propriétés relatives aux côtés, aux angles, aux diagonales pour les quadrilatères suivants : rectangle, losange, cerf-volant, carré. 	<p>Certaines des propriétés évoquées ont déjà été étudiées à l'école primaire (notamment celles relatives aux côtés, à la présence d'angles droits ou à celle d'axes de symétrie), d'autres sont nouvelles (notamment celles relatives aux angles autres que les angles droits et celles relatives aux diagonales).</p> <p>La symétrie orthogonale est mise en jeu le plus fréquemment possible pour justifier les propriétés.</p>
Propriétés des triangles usuels	<ul style="list-style-type: none"> - Connaître les propriétés relatives aux côtés et aux angles des triangles suivants : triangle isocèle, triangle équilatéral, triangle rectangle. 	<p>La connaissance ainsi développée des figures ci-contre conduit à les situer les unes par rapport aux autres, en mettant en évidence leurs propriétés communes et des propriétés différentes. Dans cette optique nouvelle, le carré est reconnu comme étant un losange particulier et un rectangle particulier car il vérifie les propriétés du losange et celles du rectangle.</p>

Contenus	Compétences	Exemples d'activités, commentaires
Reproduction, construction de figures usuelles	- Utiliser ces propriétés pour reproduire ou construire ces figures.	<p>Les travaux de reproduction et de construction peuvent consister en :</p> <ul style="list-style-type: none"> - la copie conforme d'un modèle concret ou d'un dessin ; - le dessin d'une figure à compléter, constituant éventuellement un agrandissement ou une réduction d'une figure donnée ; - un dessin à partir d'un schéma codé à main levée, avec ou sans données numériques ; - un dessin à partir d'un énoncé décrivant une figure. <p>Dans ce dernier cas, il existe en général plusieurs réalisations conformes à la description, ce qui peut donner lieu à des analyses et des échanges fructueux entre les élèves.</p> <p>Les procédés utilisés pour la reproduction ou la construction dépendent des indications fournies à l'élève et des instruments disponibles. Pour les figures suivantes : cerf-volant, losange, carré, triangle isocèle, triangle équilatéral, leur construction à la règle graduée et au compas est un objectif de la classe de sixième (dans la mesure où la construction ne fait pas intervenir le parallélisme).</p>
Reproduction, construction de figures complexes	- Reconnaître des figures simples dans une figure complexe.	<p>Les situations dans lesquelles les élèves ont à identifier des propriétés et des figures simples dans une figure complexe à reproduire demandent un travail d'analyse qui est nécessaire aux élèves pour leurs apprentissages ultérieurs. Il s'agit d'une activité essentielle. Il en va de même de petits problèmes de type "construction" et " lieux géométriques ". L'usage d'outils informatiques permet aussi une mise en œuvre de ce travail d'analyse. [B2i]</p>
Médiatrice d'un segment Bissectrice d'un angle	<p>- Connaître et utiliser la définition de la médiatrice ainsi que la caractérisation de ses points par la propriété d'équidistance.</p> <p>- Connaître et utiliser la définition de la bissectrice.</p> <p>- Utiliser différentes méthodes pour tracer :</p> <ul style="list-style-type: none"> - la médiatrice d'un segment ; - la bissectrice d'un angle. 	<p>La bissectrice d'un angle est définie en sixième comme la demi-droite qui partage l'angle en deux angles adjacents de même mesure. La justification de la construction de la bissectrice à la règle et au compas est reliée à la symétrie axiale.</p>
Cercle	<p>- Caractériser les points du cercle par le fait que :</p> <ul style="list-style-type: none"> - tout point qui appartient au cercle est à une même distance du centre ; - tout point situé à cette distance du centre appartient au cercle. <p>- Construire, à la règle et au compas, un triangle connaissant les longueurs de ses côtés.</p>	<p>Cette compétence a été travaillée au cycle 3 (chercher à localiser des points dont les distances respectives à deux points donnés sont connues), sans y être exigible.</p>
Vocabulaire et notations	<p>- Utiliser, en situation (en particulier pour décrire une figure), le vocabulaire suivant : droite, cercle, centre, rayon, diamètre, angle, droites perpendiculaires, droites parallèles, demi-droite, segment, milieu, médiatrice.</p> <p>- Utiliser des lettres pour désigner les points d'une figure ou un élément de cette figure (segment, sous-figure...).</p>	<p>La maîtrise du vocabulaire, des notations et des formulations spécifiques du langage géométrique est nécessaire au travail géométrique, mais ce dernier ne doit pas se limiter à la recherche de cette maîtrise. C'est donc dans des problèmes où leur présence s'avère utile, voire indispensable, que ces éléments de langage sont introduits et employés :</p> <ul style="list-style-type: none"> - figures « téléphonées » ; - description écrite d'une figure pour permettre à un interlocuteur de la construire ; - dessin à main levée d'une figure pour permettre à un interlocuteur de la construire ; - jeux du portrait : questions successives dans le but de trouver la figure choisie par le meneur de jeu dans un lot de figures.

Contenus	Compétences	Exemples d'activités, commentaires
<p>3.2. Parallélépipède rectangle : patrons, représentations en perspective. <i>[Programme cycle 3 ; document d'application, p. 33 et 34]</i></p>	<p>- Fabriquer ou reconnaître un parallélépipède rectangle de dimensions données, à partir de la donnée :</p> <ul style="list-style-type: none"> - de ses trois dimensions ; - du dessin d'un de ses patrons ; - d'un dessin le représentant en perspective cavalière. <p><i>[Arts plastiques]</i></p> <p>- Dessiner ou compléter un patron d'un parallélépipède rectangle. <i>[Arts plastiques]</i></p>	<p>L'observation et la manipulation d'objets usuels constituent des points d'appui indispensables.</p> <p>A l'école élémentaire, les élèves ont déjà travaillé sur le parallélépipède rectangle et le cube (description, construction, patron). Cette étude est poursuivie en 6^e, en mettant l'accent sur un aspect nouveau : la représentation en perspective cavalière, dont certaines caractéristiques sont précisées aux élèves.</p> <p>L'usage d'outils informatiques permet en outre une visualisation de différentes représentations d'un objet de l'espace. <i>[B2i]</i></p> <p>Même si les compétences attendues ne concernent que le parallélépipède rectangle, les travaux portent sur différents objets de l'espace. Ils s'appuient sur l'étude de solides, éventuellement réalisés en technologie, amenant à passer de l'objet à ses représentations et inversement.</p> <p>Le cube est reconnu comme un parallélépipède rectangle particulier.</p> <p>Le vocabulaire (face, arête, sommet) est utilisé dans des situations où il apparaît nécessaire, en même temps que celui qui permet de caractériser les propriétés des faces ou des arêtes.</p> <p>La capacité présente et future à «voir dans l'espace» est liée à la construction par l'élève d'images mentales portant en particulier sur les relations de parallélisme et d'orthogonalité extraites du parallélépipède rectangle, sans que des compétences particulières soient exigibles dans ce domaine.</p>
<p>3.3 Symétrie orthogonale par rapport à une droite (symétrie axiale) <i>[Programme cycle 3 ; document d'application, p. 32]</i></p>	<p>- Construire le symétrique d'un point, d'une droite, d'un segment, d'un cercle (que l'axe de symétrie coupe ou non la figure).</p> <p>- Construire ou compléter la figure symétrique d'une figure donnée ou de figures possédant un axe de symétrie à l'aide de la règle (graduée ou non), de l'équerre, du compas, du rapporteur.</p>	<p>Dans la continuité du travail entrepris à l'école élémentaire, les activités s'appuient encore sur un travail expérimental (pliage, papier calque) permettant d'obtenir un inventaire abondant de figures simples, à partir desquelles sont dégagées les propriétés de "conservation" de la symétrie axiale (conservation des distances, de l'alignement, des angles et des aires).</p> <p>Le rôle de la médiatrice comme axe de symétrie d'un segment est mis en évidence.</p> <p>La symétrie axiale n'a, à aucun moment, à être présentée comme une application du plan dans lui-même.</p>

4. Grandeurs et mesures

En continuité avec le travail effectué à l'école élémentaire, cette rubrique s'appuie sur la résolution de problèmes souvent empruntés à la vie courante. Elle permet d'aborder l'histoire des sciences, d'assurer des liens avec les autres disciplines, en particulier la technologie et les sciences de la vie et de la Terre, de réinvestir les connaissances acquises en mathématiques, mais aussi d'en construire de nouvelles. Par exemple, le recours aux longueurs et aux aires permet d'enrichir le travail sur les nombres non entiers et les

opérations étudiées en classe de sixième. Il est important que les élèves disposent de références concrètes pour certaines grandeurs et soient capables d'estimer une mesure (ordre de grandeur). L'utilisation d'unités dans les calculs sur les grandeurs est légitime. Elle est de nature à en faciliter le contrôle et à en soutenir le sens. A travers les activités sur les longueurs, les aires et les volumes, les élèves peuvent élaborer et utiliser un premier répertoire de formules.

Contenus	Compétences	Exemples d'activités, commentaires
4.1 Longueurs, masses, durées <i>[Programme cycle 3 ; document d'application, p.36 et 37]</i>	<ul style="list-style-type: none"> - Effectuer, pour les longueurs et les masses, des changements d'unités de mesure. - Comparer des périmètres. - Calculer le périmètre d'un polygone. - Connaître et utiliser la formule donnant la longueur d'un cercle. - Calculer des durées, calculer des horaires. 	<p>Il s'agit d'entretenir les connaissances acquises à l'école élémentaire, de compléter et consolider l'usage d'instruments de mesure, en s'appuyant sur les équivalences entre les différentes unités.</p> <p>Les activités de comparaison des périmètres peuvent faire intervenir diverses méthodes : report de longueurs sur une demi-droite, recours à la mesure, utilisation d'un raisonnement. La comparaison de périmètres sans les mesurer est particulièrement importante pour assurer le sens de cette notion.</p> <p>Il s'agit en sixième d'introduire le nombre π ; c'est l'occasion de proposer une activité basée sur un événement scientifique de portée historique. Des activités de mesurage permettent de conjecturer l'existence d'une relation de proportionnalité entre la longueur du cercle et le rayon.</p> <p>Certains travaux sur les périmètres conduisent à décrire des situations mettant implicitement en jeu des fonctions, notamment à travers l'utilisation de formules. Des expressions telles que « en fonction de », « est fonction de » peuvent être ainsi utilisées ; par exemple : exprimer le périmètre d'un carré en fonction de la longueur a de son côté.</p> <p>Le travail sur les périmètres est également favorable à une première initiation aux écritures littérales dans l'élaboration par les élèves d'une formule exprimant le périmètre d'une figure en fonction d'une ou deux longueurs désignées par une ou deux lettres.</p> <p>Toute définition de la notion de fonction est exclue.</p> <p>Les élèves ont été amenés, au cycle 3 de l'école élémentaire, à calculer des durées à l'aide de procédures personnelles qui sont entretenues en sixième. L'utilisation d'un schéma linéaire (ligne du temps) est une aide.</p>
4.2 Angles <i>[Programme cycle 3 ; document d'application, p.39]</i>	<ul style="list-style-type: none"> - Comparer des angles. - Utiliser un rapporteur pour : <ul style="list-style-type: none"> - déterminer la mesure en degré d'un angle ; - construire un angle de mesure donnée en degré. 	<p>Dans la continuité du travail entrepris à l'école élémentaire, il est indispensable de faire un travail sur la comparaison des angles sans avoir recours à leur mesure, en les superposant, et notamment de mettre en évidence que l'égalité des angles est indépendante de la longueur des côtés.</p> <p>Le rapporteur est un nouvel instrument de mesure qu'il convient d'introduire à l'occasion de la construction et de l'étude des figures.</p>
4.3 Aires : mesure, comparaison et calcul d'aires <i>Programme cycle 3 ; document d'application, p.37 et 38</i>	<ul style="list-style-type: none"> - Comparer des aires. - Déterminer l'aire d'une surface à partir d'un pavage simple. - Différencier périmètre et aire. - Connaître et utiliser la formule donnant l'aire d'un rectangle. 	<p>Poursuivant le travail effectué à l'école élémentaire, les élèves sont confrontés à des problèmes dans lesquels il faut :</p> <ul style="list-style-type: none"> - comparer des aires à l'aide de reports, de décompositions, de découpages et de recompositions, sans perte ni chevauchement ; - déterminer des aires à l'aide de quadrillage et d'encadrements. <p>Certaines activités proposées conduisent les élèves à comprendre notamment que leurs sens de variation ne sont pas toujours similaires.</p> <p>Au cycle 3 de l'école élémentaire, les élèves ont calculé l'aire d'un rectangle dont l'un des côtés au moins était de dimension entière. En sixième, le résultat est généralisé au cas de rectangles dont les dimensions sont des décimaux [cf. § 2.Nombres et calcul].</p>

Contenus	Compétences	Exemples d'activités, commentaires
	<ul style="list-style-type: none"> - Calculer l'aire d'un triangle rectangle. - Effectuer pour les aires des changements d'unités de mesure. 	<p>Des manipulations permettent aux élèves de comprendre le passage du rectangle au triangle rectangle. A partir de là, ils peuvent être confrontés au calcul d'aires de figures décomposables en rectangles et triangles rectangles.</p> <p>Comme pour les longueurs, l'utilisation des équivalences entre diverses unités est préférée à celle systématique d'un tableau de conversion.</p>
4.4 Volumes	<ul style="list-style-type: none"> - Déterminer le volume d'un parallélépipède rectangle en se rapportant à un dénombrement d'unités. - Connaître et utiliser les unités de volume et les relier aux unités de contenance. - Savoir que $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$. - Effectuer pour les volumes des changements d'unités de mesure. 	<p>La construction des connaissances relatives au volume relève du collège. Il s'agit d'étendre à l'espace des démarches de pavage déjà pratiquées pour déterminer des aires. A l'entrée en sixième, les élèves n'ont aucune connaissance des unités de volume autres que celles relatives aux contenances. Il s'agit donc de les aider à mettre en place des images mentales comme celle du décimètre cube rempli par mille centimètres cubes. Des cas où interviennent des valeurs non entières sont étudiés (par exemple un pavé $3 \times 2 \times 1,5$), dans la mesure où ils sont susceptibles d'un traitement simple à l'aide d'un pavage. Aucune compétence n'est exigible à ce sujet. Le cas général sera étudié en classe de cinquième.</p> <p>Comme pour les longueurs et les aires, l'utilisation des équivalences entre diverses unités est préférée à celle systématique d'un tableau de conversion.</p>